

8.2.5 Linsen

Viele optische Instrumente, Brille, Lupe, Mikroskop und Fernrohr, dienen der Verbesserung der Abbildung durch das Auge. Das Auge ist selbst ein optisches System, das eine Linse enthält.

Der Strahlengang in Linsen folgt dem Brechungsgesetz: Parallel zur optischen Achse einfallende Strahlen werden in einem Punkt, dem Fokus, zusammengeführt.

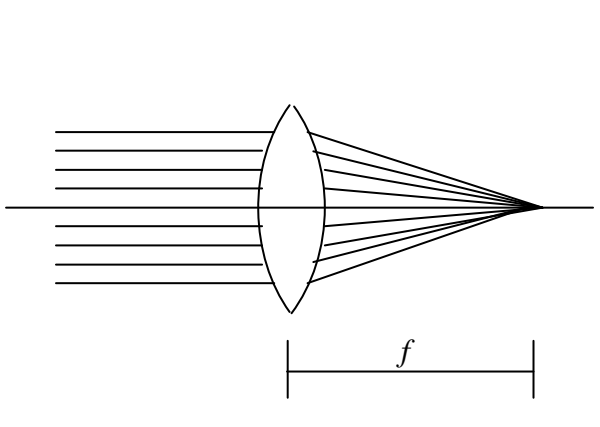
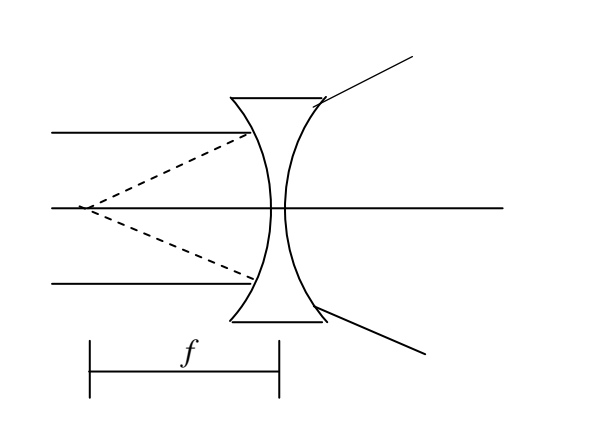
Konvexlinse	Konkavlinse
	
$\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$	Brennweite f
$D = \frac{1}{f}$	Brechkraft, ihre Einheit ist 1 Dioptrie = 1 m^{-1}
r_1, r_2	Krümmungsradien der die Linse begrenzenden Kugelflächen
N	Brechungsindex des Linsenmaterials

Abbildung 1 Konvex- und Konkavlinse.

Versuch 1 Radar-Linse: Eine fokussierende Linse für Radarstrahlen entsteht aus Scheiben unterschiedlichen Durchmessers mit einer homogenen Metall Beschichtung (Reißnägel, die in etwa gleicher Dichte aufgebracht sind).

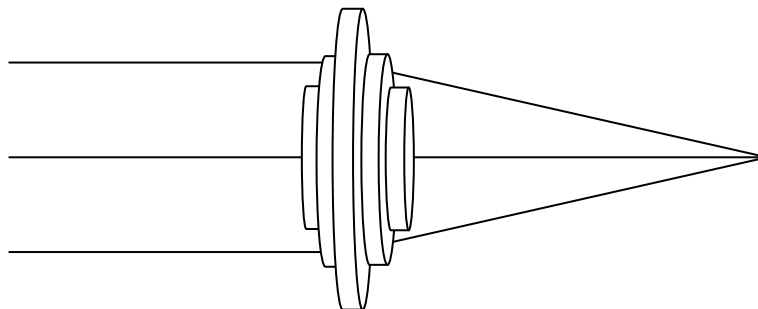


Abbildung 2 Schema der Linse für Radarstrahlen ($\lambda = 3,2 \text{ cm}$): Homogen mit Reißnägeln versehene Styroporplatten, ca. 1 Reißnagel/cm^2 .

Zur eindeutigen Konstruktion von Strahlengängen wählt man mindestens zwei Strahlen, die den folgenden Bedingungen genügen:

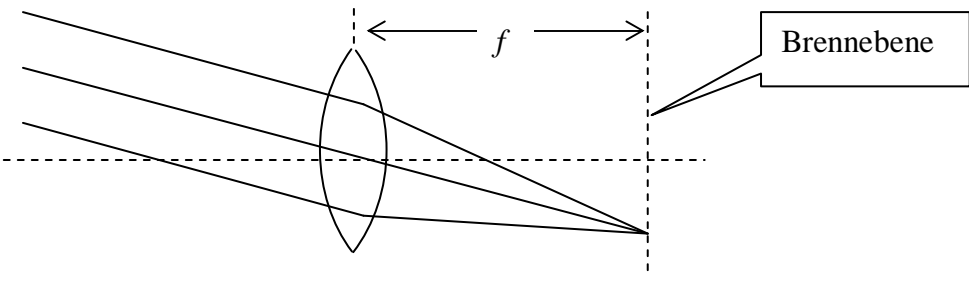
	
	Parallel einfallende Strahlen verlaufen nach dem Durchqueren der Linse durch <i>einen</i> Punkt, der in der Brennebene liegt.
Umgekehrt:	Strahlen, die von einem Punkt in der Brennebene ausgehen, verlaufen nach dem Durchqueren der Linse parallel.
	Strahlen durch die Mitte der Linse verlaufen ungebrochen.

Abbildung 3 Regeln zur Konstruktion von Strahlengängen

8.2.6 Abbildung durch optische Instrumente

Ein Gegenstand wird durch eine Linse optisch „abgebildet“. Im Bild der Strahlenoptik kann die Vergrößerung mit Hilfe des Strahlensatzes leicht bestimmt werden, wenn man die Abbildung mit zwei Strahlen charakterisiert.

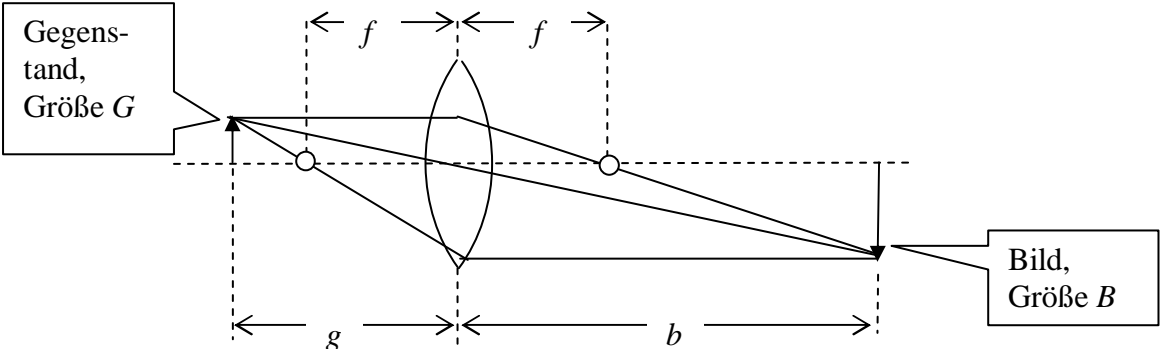
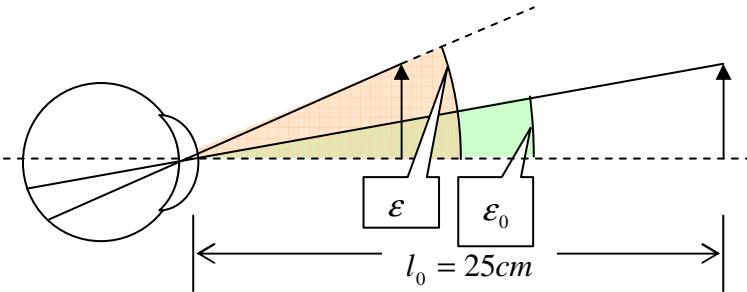
	
$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$	Abbildungsgleichung
$\beta = \frac{b}{B} = \frac{g}{G}$	Abbildungsmaßstab
Folgt aus:	
$\frac{g-f}{G} = \frac{f}{B}$	Strahlensatz für den Strahl durch den Fokus links
$\frac{b}{B} = \frac{g}{G}$	Strahlensatz für den Strahl durch die Mitte

Tabelle 1 Abbildungsgleichung und Abbildungsmaßstab. Der dritte (z. B. der unterste) Strahl ist zur Vollständigkeit eingezeichnet, er wird zur Konstruktion nicht benötigt.

Man wählt, entsprechend den o. g. Regeln, einen parallel zur Linsenachse einfallenden Strahl, der durch den Brennpunkt der Linse gebrochen wird, und einen Strahl durch die Linsenmitte, der die Linse ungebrochen durchquert.

Bei der folgenden Formulierung denke man sich das Bild des Gegenstands auf einen Schirm projiziert („reelles Bild“). Wenn man das Bild nicht auf dem Schirm abbildet, sondern den Gegenstand durch das optische Gerät hindurch mit dem Auge beobachtet, dann enthält das optische System auch noch die Linse des Auges. Die *Vergrößerung* eines optischen Geräts ist dann als Verhältnis der Tangens Werte der „*Schwinkel*“ definiert. Das sind zwei Winkel, unter denen man einen Punkt mit und ohne Instrument erblickt. In astronomischen Fernrohren ist der Punkt das Objekt selbst, z. B. der leuchtende Stern. In Lupen und Mikroskopen befindet sich der Punkt am beobachteten Gegenstand, der zur Beobachtung ohne Instrument in die Bezugssehweite $l_0 = 25\text{cm}$ vor das Auge gestellt wird.

Die Bezugssehweite steht für die kleinste Entfernung, aus der bei normaler Akkomodation noch scharf gesehen wird.



$V = \frac{\tan \varepsilon}{\tan \varepsilon_0} \approx \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$	Vergrößerung
ε	Sehwinkel eines Punktes mit Instrument.
ε_0	Sehwinkel eines Punktes ohne Instrument. Bei Lupen und Mikroskopen befindet sich der Punkt an einem Gegenstand, der in Bezugssehweite aufgestellt ist.
$l_0 = 25\text{cm} :$	Definition der <i>Bezugssehweite</i> : Standard Entfernung eines Gegenstandes von einem auf Nähe akkommodierten Auge.

Tabelle 2 Definition der Vergrößerung und des Schwinkels.

8.2.6.1 Die Lupe

Mit einer Lupe erscheinen kleine Gegenstände unter einem größeren Sehwinkel, also vergrößert. Bringt man den Gegenstand in die Brennebene der Linse, dann gilt:

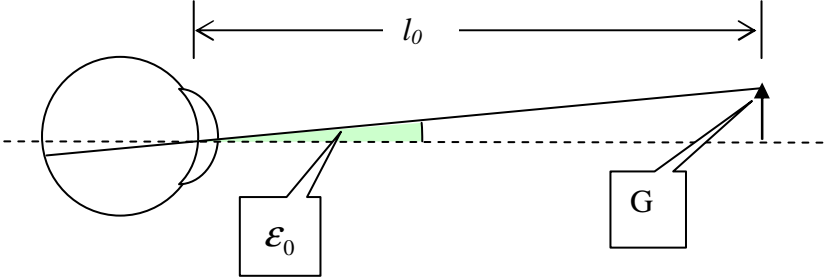
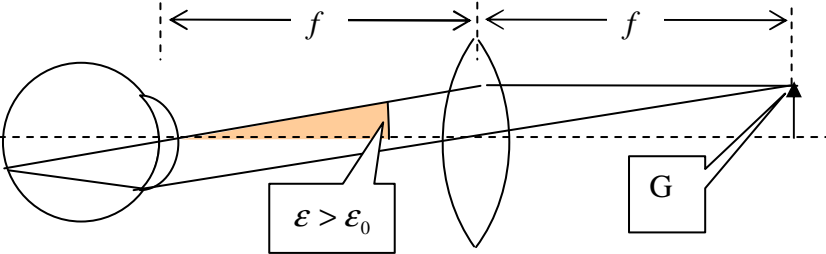
	<p>Schwinkel ohne Lupe, Gegenstand im Abstand $l_0 \approx 25\text{cm}$, die Länge des Pfeils sei G.</p>
	<p>Schwinkel mit Lupe</p>
$V_{\text{Lupe}} = \frac{\tan \varepsilon}{\tan \varepsilon_0} = \frac{G/f}{G/l_0} = \frac{l_0}{f}$	<p>Vergrößerung einer Lupe</p>

Tabelle 3 Strahlengang und Vergrößerung einer Lupe

8.2.6.2 Das Keplersche und Galileische astronomische Fernrohr

Die Beobachtung des Himmels mit astronomischen Fernrohren dient der Bestimmung von Sternorten. Das heißt, es interessiert nicht das Aussehen der Oberfläche eines Sterns, sondern man möchte die Koordinaten seines „Punktes“ am Himmel bestimmen oder man möchte wissen, ob ein mit bloßem Auge als Punkt am Himmel erscheinender „Stern“ vielleicht eine Ansammlung von zwei oder mehreren Sternen ist. Um Sterne getrennt wahrzunehmen, muß sich ihr Schwinkel um einen kleinsten, letztlich durch die Auflösung der Netzhaut im Auge gegebenen Winkel unterscheiden, der beim Menschen $1/120^\circ$ beträgt.

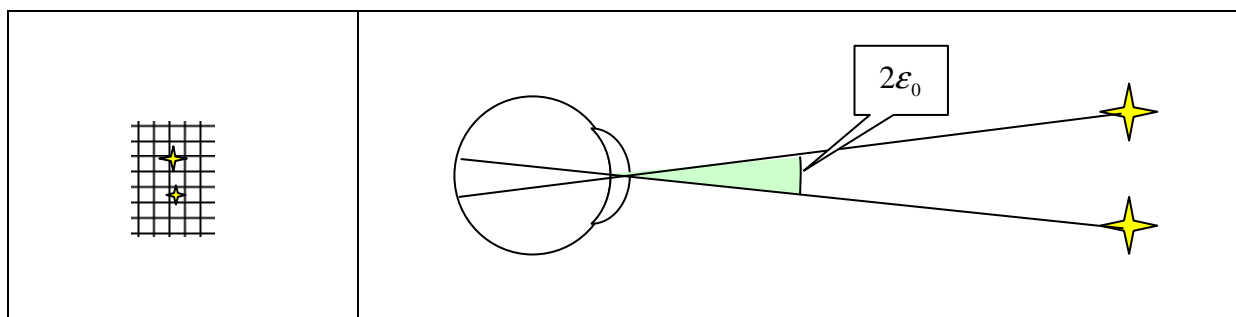


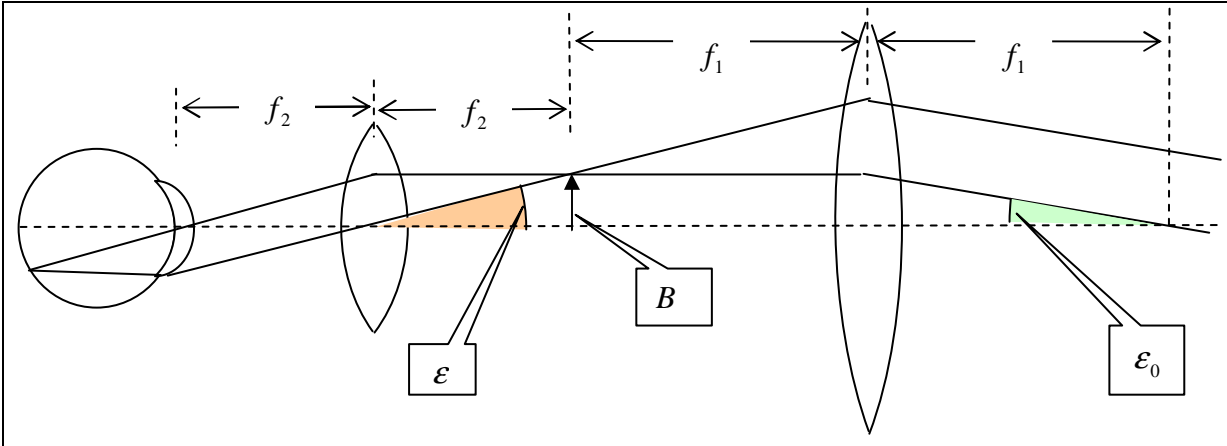
Tabelle 4 Links: Schema der Netzhaut mit dem Bild der beiden rechts beobachteten Sterne. Das Karo steht für das Raster der Netzhaut. Liegt das Bild beider Sterne in einem Rasterpunkt, dann sieht man die Sterne nicht mehr als getrennte Objekte.

Im Gegensatz zur zuvor besprochenen Lupe nimmt man in diesen Instrumenten an, daß die von einem weit entfernten Gegenstand ausgehenden Strahlen *parallel* zueinander in das Ob-

ektiv einfallen. Nach den Eigenschaften der Linse beobachtet man deshalb einen Stern als leuchtenden Punkt in der Fokal Ebene. Dieser Punkt zeigt aber nur die Beugungsfigur eines im Weg des parallelen Strahlenbündels befindlichen Gegenstands, das ist die Öffnung des Fernrohrs. Man kann deshalb keine Details von der Oberfläche der Quelle, also des Sterns, erkennen. Die Eigenschaften der Beugung werden später im Wellenbild detailliert dargelegt, hier sei aber schon verraten, daß ein Bündel parallel einfallender Strahlen keine Information über die Struktur der Quelle enthält, es steht für eine einzige Beugungsordnung von der Quelle. Für die Abbildung benötigt man aber mindestens zwei, besser mehrere Ordnungen. Die Beobachtung eines einzigen Bündels paralleler Strahlen ist aber ausreichend, wenn man sich damit begnügt, die Richtung des einfallenden Lichtes zu registrieren.

Im Rahmen der Strahlenoptik ist deshalb nur die Änderung des Sehwinkel bei Nutzung des Instruments von Interesse. Die Vergrößerung des Instruments wird aus den Sehwinkeln für den weit entfernten Gegenstand mit und ohne Fernrohr definiert.

Das Keplersche Fernrohr enthält als Objektiv und Okular zwei konvexe Linsen unterschiedlicher Brennweiten, das Objekt wird dadurch „auf dem Kopf stehend“ gesehen. Im Galileischen Fernrohr wird durch eine konkave Linse als Okular erreicht, daß das Objekt „aufrecht“ erscheint.



$V_{\text{Fernrohr}} = \frac{\tan \varepsilon}{\tan \varepsilon_0} = \frac{f_1}{f_2}$	Vergrößerung des Fernrohrs
$\tan \varepsilon = \frac{B}{f_2}$	Winkel am Okular
$\tan \varepsilon_0 = \frac{B}{f_1}$	Winkel am Objektiv

Tabelle 5 Strahlengang und Vergrößerung im Keplerschen Fernrohr. Der gleiche Ausdruck folgt für das Galileische Fernrohr.

8.2.6.3 Das Mikroskop

Wie bei der Lupe fällt ein *divergentes* Strahlenbündel vom Objekt G in das Objektiv, dieses bildet das Objekt in der Bildebene des Objektivs als reelles Bild B ab. Man könnte das vergrößerte Objekt dort auf einem Schirm abbilden und dieses Abbild dann z. B. mit einer Lupe nochmals vergrößert betrachten. Das macht man im Mikroskop tatsächlich, nur verzichtet man auf den Schirm, der nicht nötig ist.

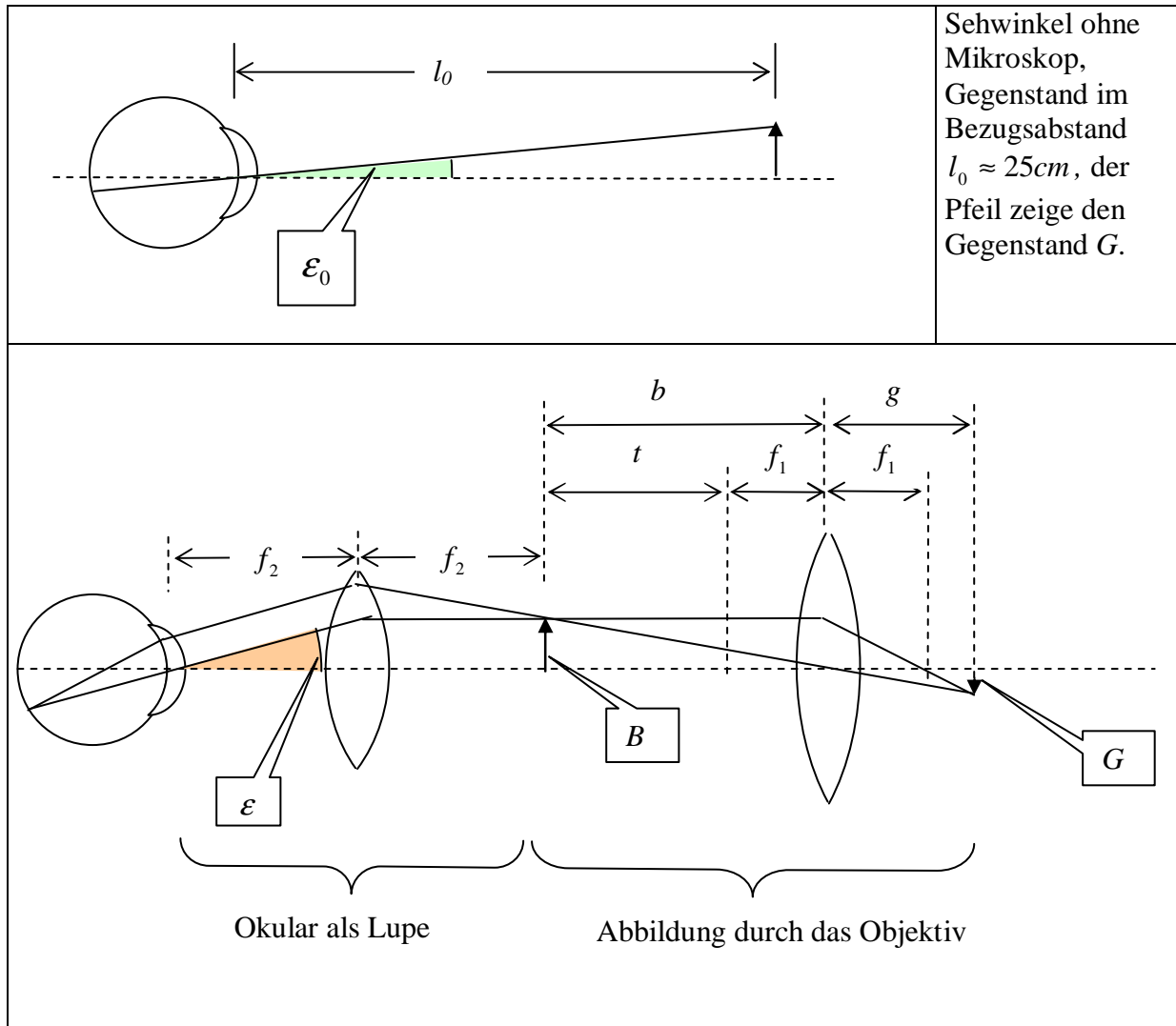


Tabelle 6 Oben: Schwinkel für einen Gegenstand ohne Instrument in Bezugssehweite, unten: Schwinkel und Strahlengang im Mikroskop

Zur Berechnung der Vergrößerung wird der Schwinkel ε , unter dem der Gegenstand bei Beobachtung durch das Instrument erscheint, mit dem Schwinkel ε_0 verglichen, unter dem der in Bezugssehweite $l_0 = 25\text{cm}$ befindliche Gegenstand mit bloßem Auge erscheint.

Die Vergrößerung steigt mit abnehmender Brennweite der Linsen. Man kann bis zu etwa 1000-fach vergrößern, bei höheren Vergrößerungen treten Beugungseffekte in den Vordergrund: Die Auflösungsgrenze ist erreicht, wenn noch mindestens zwei unterschiedlich gerichtete Parallelstrahlbündel in das Auge fallen. Ist nur noch eines übrig, dann wird – ähnlich zur Beobachtung eines Sterns im Fernrohr – nur noch der zentrale Strahl des Beugungsbildes beobachtet: Es wird zwar hell, aber es ist keine Struktur erkennbar. Die Beugungseffekte werden im Bild der Wellenoptik verständlich.

$V_{\text{Mikroskop}} = \frac{\tan \varepsilon}{\tan \varepsilon_0} = \frac{t \cdot l_0}{f_1 \cdot f_2} = \beta_{\text{Objektiv}} \cdot V_{\text{Okular}}$		Vergößerung im Mikroskop
$V_{\text{Okular}} = \frac{l_0}{f_2}$		Vergößerung des Okulars (Lupe)
$\beta_{\text{Objektiv}} = \frac{b}{g} = \frac{t}{f_1}$		Vergößerung des Objektivs (einzelne Linse)
Folgt nach Einsetzen von:		
$\tan \varepsilon_0 = \frac{G}{l_0}$		Schwinkel des Gegenstands in der Bezugssehweite
$\tan \varepsilon = \frac{B}{f_2}$		Schwinkel durch das Okular
$\frac{B}{G} = \frac{b}{g}$		Strahlensatz für das Objektiv
$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$		Abbildungsgleichung für das Objektiv, deshalb gilt
$\frac{b}{g} = \frac{b-f_1}{f_1} = \frac{t}{f_1}$		wegen $b = t + f_1$.
$V_{\text{Mikroskop}} = \frac{\tan \varepsilon}{\tan \varepsilon_0} = \frac{B \cdot l_0}{G \cdot f_2} = \frac{b \cdot l_0}{g \cdot f_2} = \frac{t \cdot l_0}{f_1 \cdot f_2}$		

Tabelle 7 Vergrößerung im Mikroskop

8.2.7 Linsenfehler

8.2.7.1 Sphärische Aberration

Bei sphärischen Linsen haben Randstrahlen eine geringere Brennweite als achsennahe Strahlen. Die Abbildung wird verbessert, wenn man das Strahlenbündel durch Blenden einschränkt.

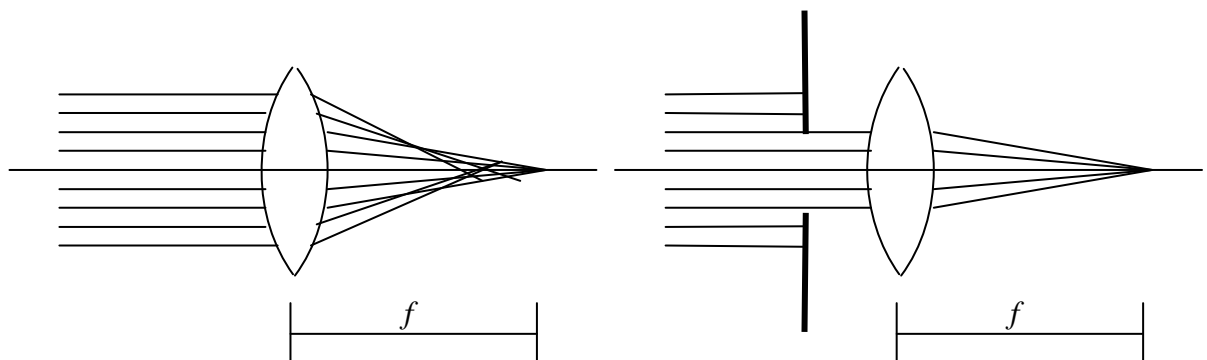
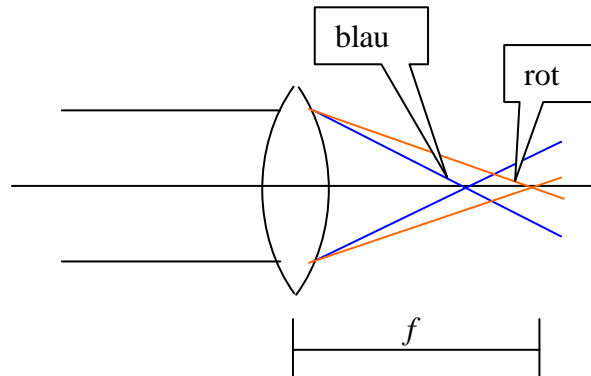


Abbildung 4 Sphärische Aberration und ihre Korrektur durch Abblenden

8.2.7.2 Chromatische Aberration

Unterschiedliche Farben werden von Glas unterschiedlich stark gebrochen. Die Abhängigkeit der Brechzahl eines Stoffes von der Wellenlänge des Lichtes bezeichnet man als Dispersion. Die Brennweite für blaues Licht ist kürzer als die von rotem.



Man gleicht diesen Fehler durch „Achromat“ Linsen aus, diese sind Kombinationen von Linsen aus Gläsern unterschiedlicher Brechkraft und Dispersion, z.B. aus bleihaltigem Flintglas ($n=1,613$) und bleifreiem Kronglas ($n=1,510$).

Versuch 2 Farbfehler der Linse. Licht hinter einem Filter, der für rot und blau durchlässig ist, wird auf blau (rot) fokussiert. a) Man erkennt den roten (blauen) Hof um den Fokus. b) Mit einer Achromat Linse ist das Bild scharf und ohne Farbrand.

Versuch 3 Dispersion des Prismas und Achromat Prisma. Ein Prisma aus Flintglas wird von der Hälfte eines weißen Strahles durchquert, die andere Hälfte streicht geradeaus über das Prisma hinweg. a) Der das Prisma durchquerende Strahl wird abgelenkt und spektral zerlegt, der andere bleibt weiß. b) Mit einer Linse wird der regenbogenfarbige Strahl zu einem weißen vereint, die Summe aller Farben ist weiß. c) Jetzt wird in voller Strahlhöhe ein Kronglasprisma addiert: Der zuvor weiße Strahl wird bunt, der bunte zu weiß „korrigiert“.

8.2.7.3 Astigmatismus

Eine Zylinderlinse fokussiert nur in einer Richtung. Aus einem parallel einfallenden Strahlenbündel wird deshalb kein Punkt, sondern eine Linie parallel zur Zylinderachse. Mit einer zweiten dazu senkrecht stehenden Zylinderlinse kann dieser Fehler korrigiert werden.

Auch bei sphärischen Linsen gibt es astigmatische Verzeichnungen, wenn die Strahlen sehr schräg zur optischen Achse geneigt in die Linse fallen. Man bezeichnet diesen Effekt als „Astigmatismus schiefer Bündel“.

Versuch 4 Astigmatismus. a) Ein Netz wird mit einer Zylinderlinse abgebildet und stark verzeichnet. b) Mit einer zweiten, dazu senkrecht stehenden Linse wird der Fehler (zumindest in Nähe der Strahlachse) korrigiert.