

用结构振幅关系式处理重原子法中的多解问题*

范 海 福

(中国科学院物理研究所)

提 要

本文试用结构振幅关系式^[1]处理重原子法的多解问题。用已知晶体结构的使君子氨基酸钾盐为例，获得了满意的结果。

一、原 理

用重原子法测定晶体结构就是先定出重原子位置，然后用重原子贡献的相角代替结构振幅的相角以计算电子密度图，再从此图找出轻原子的位置。在中心对称情况下，如果重原子本身的分布具有高于整个结构的对称性，将使重原子对一部分结构振幅的贡献等于零，因而这部分结构振幅就不能参加第一轮电子密度图的计算。由此，电子密度图就会产生某种赝对称性，使轻原子的位置出现多解。通常遇此情况多利用结构化学知识辅以尝试法来解决。这样做往往颇费周折。结构振幅关系式则可以提供较直接的解决途径。

文献[1]给出只含一种重原子的晶体的结构振幅关系式：

$$F_H = \frac{\varphi_p}{V} \sum_{H'} F_{H'} F_{H-H'} - \left[\frac{\varphi_p}{\varphi_q} - 1 \right] (F_H)_q, \quad (1)$$

其中 F_H 是倒易矢量为 H 的结构振幅； V 是晶胞体积； φ_p 是轻原子的原子散射因子 f_p 同其“平方原子”散射因子 f_p^{sq} 之比； φ_q 是重原子的原子散射因子 f_q 同其“平方原子”散射因子 f_q^{sq} 之比； $(F_H)_q$ 是重原子对 F_H 的贡献。如果重原子不只一种，上式可写成

$$F_H = \frac{\varphi_p}{V} \sum_{H'} F_{H'} F_{H-H'} - \sum_Q \left[\frac{\varphi_p}{\varphi_Q} - 1 \right] (F_H)_Q, \quad (2)$$

此时 Q 表示第 Q 种重原子。

考虑某一特定的 H ，如果此时重原子贡献为零，则(1)和(2)式都变为

$$F_H = \frac{\varphi_p}{V} \sum_{H'} F_{H'} F_{H-H'}, \quad (3)$$

(3)式的形式同 Sayre 等式^[2]并无差别，但其含义却有所不同。首先，Sayre 等式的左端适用于不含重原子的晶体中任何一个 F_H ，而(3)式的左端则还适用于含重原子晶体中重原子贡献为零的那些 F_H ；其次，Sayre 等式右端所有的结构振幅都不应包含重原子贡献，而(3)式右端却可以包含重原子贡献。利用(3)式上述的特点，若令含重原子贡献的结构振幅的符号等于重原子贡献的符号，则通过符号关系 $S_{F_H} = S_{\sum_{H'} F_{H'} F_{H-H'}}^{\infty}$ (S_{F_H} 代表 F_H 的符

* 1973年9月11日收到。

号), 就可以推出那些重原子贡献为零的结构振幅的符号, 从而解决重原子法的多解问题.

二、试 验

使君子氨基酸钾盐^[3]的晶体属正交晶系; 空间群为 $P2_12_12_1$; 晶胞参数 $a = 7.51 \text{ \AA}$, $b = 9.95 \text{ \AA}$ $c = 10.98 \text{ \AA}$; 分子式为 $\text{C}_5\text{H}_6\text{O}_5\text{N}_3\text{K}$; 每一个晶胞含有 4 个分子. 晶胞沿 a 方向投影的平面群为 pgg , 具有中心对称性. 钾原子在晶胞沿 a 方向投影上的分数坐标为 $y = 0.000$, $z = 0.109$ (晶胞原点取在 a 方向的 2_1 上). okl 型衍射的结构振幅列于表 1.

表 1

k	l	$ F_{okl} $	k	l	$ F_{okl} $	k	l	$ F_{okl} $
0	2	19	3	7	21	6	12	3
4		108		9	6	7	1	35
6		34		10	8	2	2	5
8		27		12	1	3	7	7
10		10		13	7	4	5	5
12		5	4	0	127	5	17	17
14		6		2	16	6	10	10
1	1	7		4	60	8	2	2
3		91		5	19	9	4	4
4		14		6	7	8	22	22
5		8		7	8	2	4	4
6		17		8	29	3	2	2
7		31		10	5	4	10	10
8		12		11	3	5	15	15
9		20	5		36	6	3	3
10		5	5	1		7	4	4
11		5		2	21	8	7	7
13		4		3	6	10	3	3
2	0	87		4		9	2	4
1		29		5	14	3	9	9
2		30		6	6	4	3	3
4		113		7	3	5	9	9
5		2		9	4	9	7	7
7		12		10	4	10	0	14
8		4	6	0	18	2	3	3
9		14		1	7	4	7	7
10		10		2	9	6	2	2
12		2		3	10	7	2	4
3	1	99		4	45	8		
2		10		5	2	11	1	5
3		62		6	2		3	2
5		26		8	17		5	5
6		4		9	4			
				10	6	12	0	5
				11	2		4	2

由于重原子钾的 y 坐标恰好为零, 在 okl 型衍射中凡 $k + l = 2n + 1$ 的结构振幅其 $(F_H)_0$ 均为零. 这样用重原子法只能得 $k + l = 2n$ 的结构振幅符号. 利用它计算的电子密度投影图 $\rho(y, z)$ (图 1)就包含两个赝对称面(图中虚线), 因而妨碍了对它作正确的解释. 本试验是从重原子贡献不等于零的, 亦即 $k + l = 2n$ 的 okl 型结构振幅出发, 用(3)式推引出重原子贡献为零, 亦即 $k + l = 2n + 1$ 的 okl 型结构振幅符号. 其步骤为:

第一轮, 在 $k + l = 2n + 1$ 的衍射中挑选一个绝对值最大的衍射 $F(021)$, 令其符号为“+”(这相当于在两个等同的位置中择其一以作晶胞原点). 以此结构振幅作为 $F_{H'_1}$. 令 $k + l = 2n$ 的结构振幅符号等于重原子贡献的符号并使与 $F_{H'_1}$ 相组合, 则对每一个

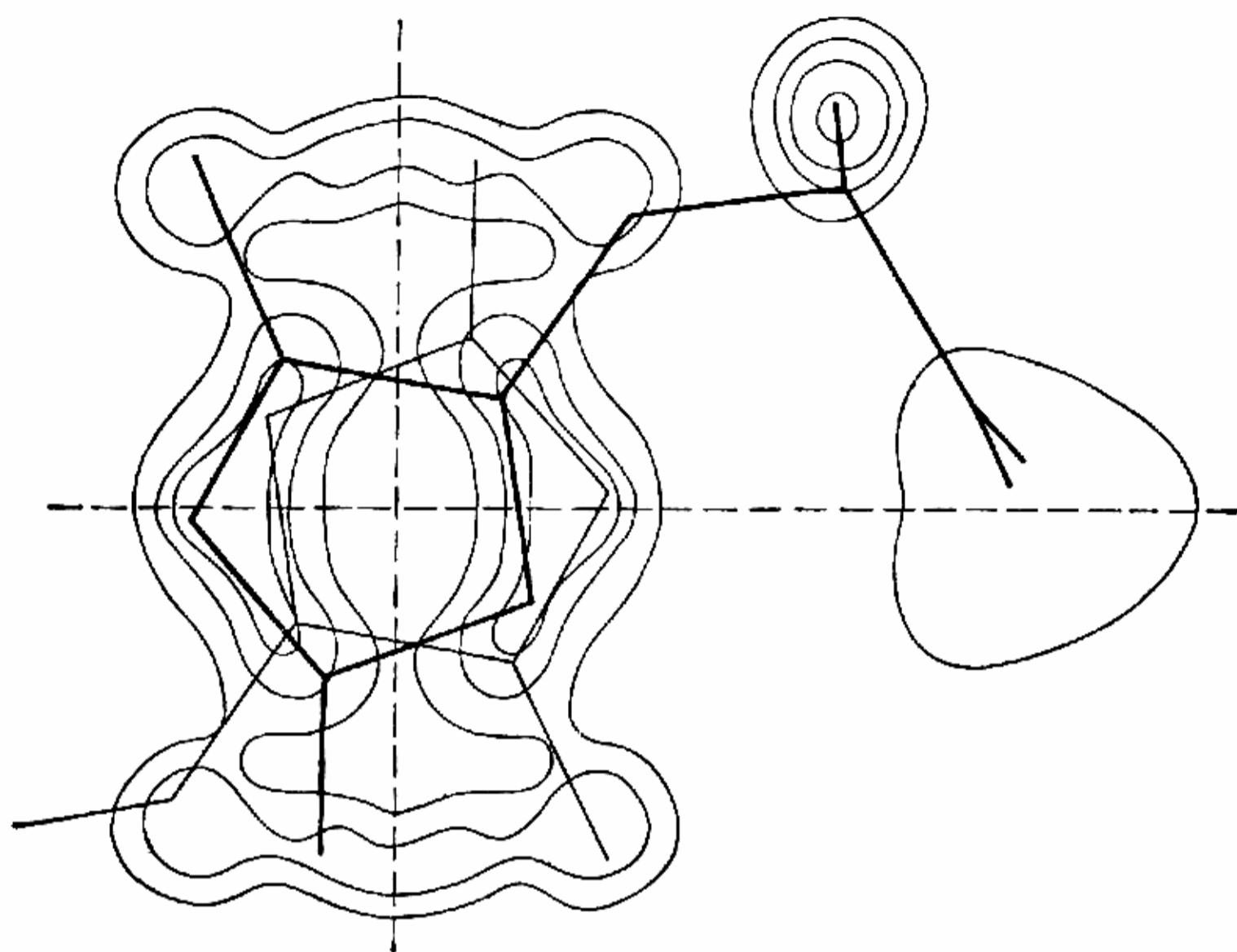


图 1

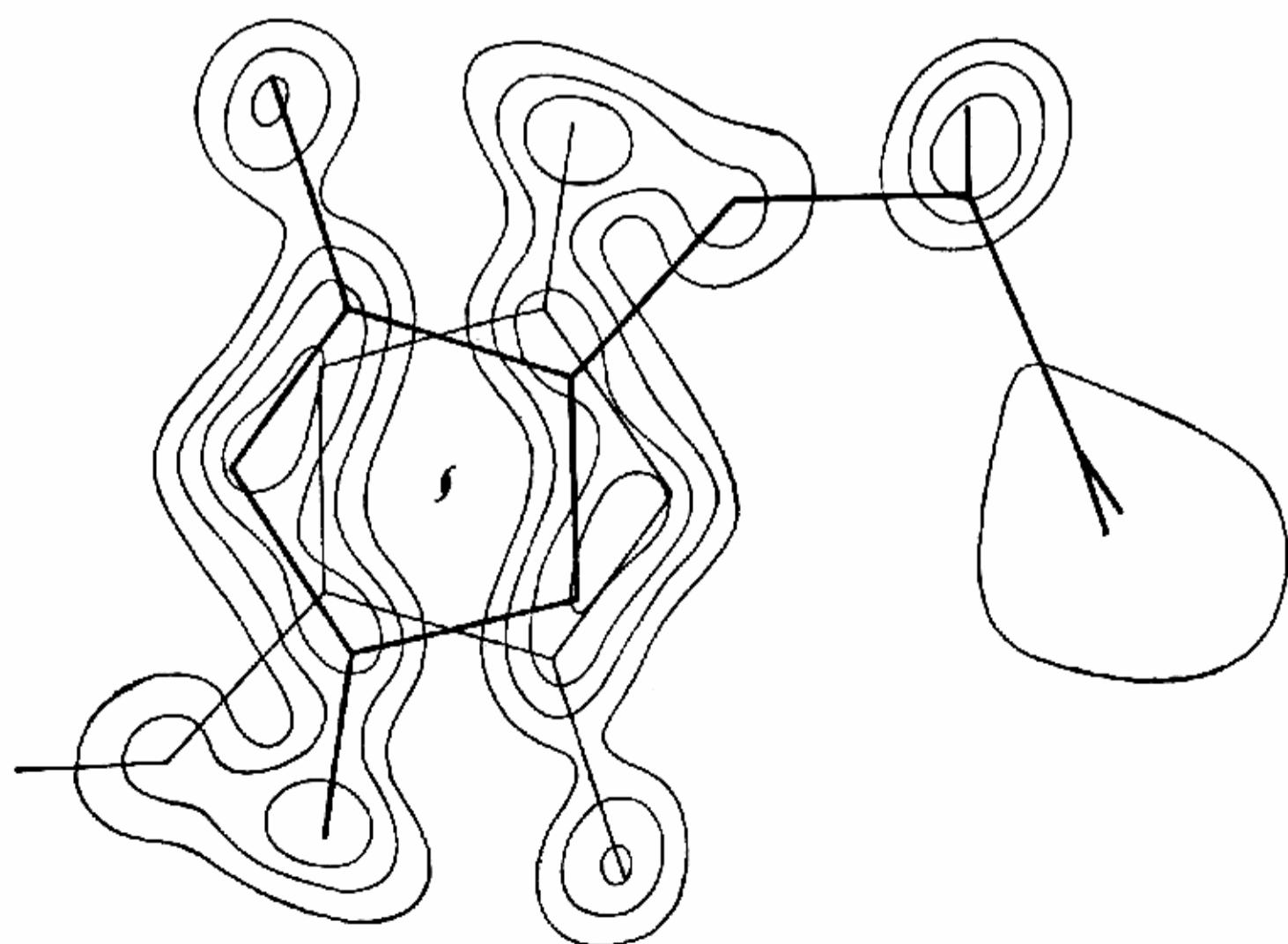


图 2

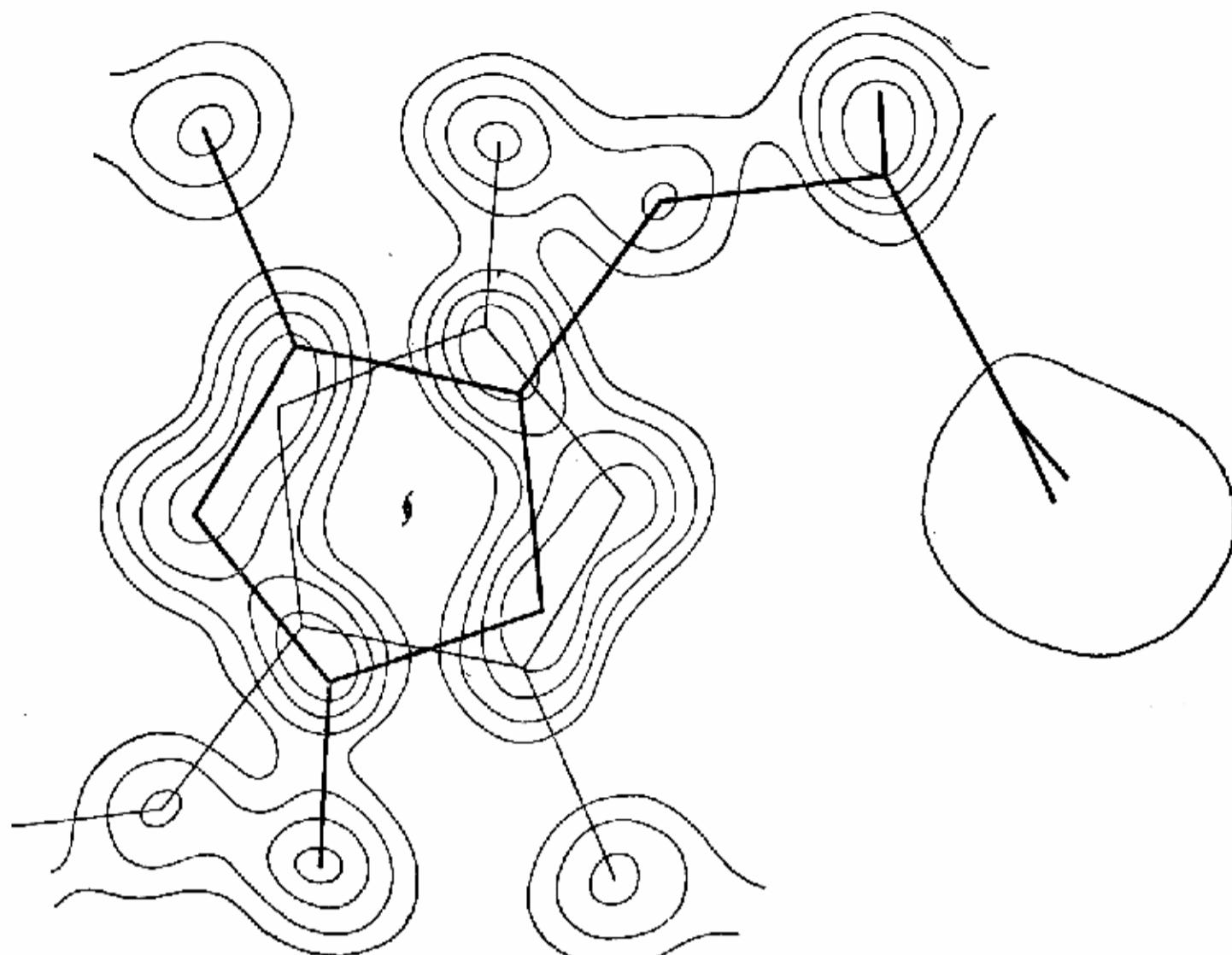


图 3

$k + l = 2n + 1$ 的结构振幅 F_H , 都可得一个符号关系 $S_{F_H} \sim S_{F_{H_1}' F_{H-H_1}'}$. 由此可得全部 F_H 的符号, 其可靠程度视 $|F_H \cdot F_{H_1}' \cdot F_{H-H_1}'|$ 的大小而定. 第二轮, 在 F_{H_1}' 以外选符号最可靠的结构振幅 $F(052)$ 作为 F_{H_1}' , 使与 $k + l = 2n$ 的结构振幅组合, 又可得一系列关系 $S_{F_H} \sim S_{F_{H_1}' F_{H-H_1}'}$. 对每一个 $k + l = 2n + 1$ 的结构振幅都求出 $\sum_{i=1}^2 F_{H_i'} F_{H-H_i'}$, 然后令

$S_{F_H} = S \sum_{j=1}^2 F_{H_j'} F_{H-H_j'}$. 这样的符号关系将比上一次可靠, 其可靠程度视 $|F_H \cdot \sum_{j=1}^2 F_{H_j'} \cdot F_{H-H_j'}|$ 的大小而定. 第三轮, 在 F_{H_1}', F_{H_2}' 以外选符号最可靠的一个结构振幅 $F(045)$ 作为 F_{H_3}' , 重复上述步骤, 即可得 $S_{F_H} \sim S \sum_{j=1}^3 F_{H_j'} F_{H-H_j'}$. 随着 Σ 号内的项数越来越多, S_{F_H} 也就越来越可靠. 在本例中, 最后的 Σ 号内包含 9 个独立的 $F_{H_i'}$. 利用如此求得的结构振幅符号连同由重原子直接决定的符号, 计算电子密度投影 $\rho(y, z)$ (图 2). 此图不但消去了图 1 中的赝对称性, 而且同经过修正的电子密度投影(图 3)相当接近.

三、结 论

本试验表明, 使直接法同重原子法相结合是有价值的, 这样可以扩大直接法的应用领域, 补重原子法的不足, 有助于结构分析过程的自动化.

黄文英、乔国正二同志帮助用电子计算机计算了三张电子密度图(图 1—图 3), 作者特表感谢.

参 考 文 献

- [1] 范海福, 物理学报, 21 (1965), 1105.
- [2] D. Sayre, *Acta Cryst.*, 5 (1952), 60.
- [3] 即将发表.